

Lomené výrazy 9. ročník

řešení

www.sedovamatika.cz



„Některé z příkladů použité v tomto pdf jsou převzaty z materiálů Cermatu (www.ceremat.cz), které slouží jako příklady pro přijímací zkoušky a testy.“

aktualizace: 15. 11. 2025

Lomené výrazy 1 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 13}

Odstraň závorku

$$-(a-b) = -a+b$$

$$-(b) = -b$$

$$-(b+3a) = -b-3a$$

$$-(-a^2-3a) = a^2+3a$$

Vytkni mínus před závorku

$$-a+b = -(\overset{\text{nepíše se}}{+}a-b) = -(a-b)$$

$$-b-3a = -(b+3a)$$

$$2a^2+b = -(-2a^2-b)$$

$$-a^2-3a = -(a^2+3a)$$

$$-4+a^2b = -(4-a^2b)$$

$$3x-2y = -(-3x+2y)$$

$$4b-3 = -(-4b+3)$$

$$-2a-1 = -(2a+1)$$

$$-12a-4b-8 = -(-12a+4b+8)$$

$$-3a-2b+5 = -(-3a+2b-5)$$

$$-2-2a-3a^2 = -(2+2a+3a^2)$$

$$-9c-2x+4 = -(-9c+2x-4)$$

$$-6a^2+5a-3 = -(-6a^2-5a+3)$$

$$-6b^3+4b^2+3b = -(-6b^3+4b^2-3b)$$

$$-4c+a+b+d = -(\overset{+4c \text{ nepíše se}}{4}c-a-b-d)$$

Vytkni před závorku (mínus když jsou záporné oba členy)

$$2a+2b = 2(a+b)$$

$$2a-2b = 2(a-b)$$

společně a

$$2ab+3ac = a(2b+3c)$$

$$\begin{aligned} 2a:2 &= a \\ 2b:2 &= b \end{aligned}$$

kontrola - vznačsobil

$$\begin{aligned} 2ab:a &= 2b \\ 3ac:a &= 3c \end{aligned}$$

$$3a^2+3a = 3a(a+1)$$

$$a^3+a = a(a^2+1)$$

$$24a-12a^2 = 12a(2-a)$$

$$\begin{aligned} 3a^2:3a &= a \\ 3a:3a &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{společný dělitel } 12a \\ 24a:12a &= 2 \\ 12a^2:12a &= a \end{aligned}$$

$$-a-b = -(a+b)$$

$$8a-16 = 8(a-2)$$

$$2a^2+a = a(2a+1)$$

kontrola
↑
? Pro kontrolu

$$16x^2-4 = 4(4x^2-1)$$

$$2a^2b+2ab^2 = 2ab(a+b)$$

$$-12a^2-12a = -12a(a+1)$$

$$\underline{6}a^2-\underline{4}a^3 = 2a^2(3-2a)$$

$$6a^2-4a^3 = 2a^2(3-2a)$$

$$8a^2b+2ab = 2ab(4a+1)$$

$$-10a^2-24ab = -2a(5a+12b)$$

$$-24abc-12a^2c = -12ac(2b+a)$$

$$-6a-3b-3c = -3(2a-b-c)$$

$$-3a^4+3a^3+3a^2 = 3a^2(-a^2+a+1)$$

$$6b^2 \cdot x^2 + 2b \cdot x^2 - x^2 = \overset{\text{vše}}{x^2} \cdot (6b^2+2b-1)$$

↳ je to x²

$$12a^2b-4ab+8abc = 4ab(3a-1+2c)$$

Z daného výrazu vytkněte (-3x) (Cermat)

$$-6x^2-3x+9xy = -3x(2x+1-3y)$$

Z daného výrazu vytkněte (-3y)

$$-3y^2-9y+6xy = -3y(y+3-2x)$$

Lomené výrazy 2 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 14}

Roznásob pomocí vzorce $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + \underbrace{ab+ab}_{2ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1$$

$2ab \rightarrow 2 \cdot a \cdot 1$

$$(a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$$

$2 \cdot a \cdot 5$

$$(2a+b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$$

$2 \cdot 2a \cdot b$

$$(2a+3)^2 = 4a^2 + 12a + 9$$

$2 \cdot 2a \cdot 3$

$$(6a+5b)^2 = 36a^2 + 60ab + 25b^2$$

$2 \cdot 6a \cdot 5b$

Roznásob pomocí vzorce $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - \underbrace{ab-ab}_{2ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

$2 \cdot a \cdot 1$

$$(a-4)^2 = a^2 - 8a + 16$$

$2 \cdot a \cdot 4$

$$(-2x+1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$2 \cdot 2x \cdot 1$

*Prost: $(1-2x)^2$
 $1 - 4x + 4x^2$
 To same*

$$(3a-2)^2 = 9a^2 - 12a + 4$$

$2 \cdot 3a \cdot 2$

$$(6-7b)^2 = 36 - 84b + 49b^2$$

$2 \cdot 6 \cdot 7b$

Zjednoduš (Cermat)

$$(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

$2 \cdot 2x \cdot 5$

$$(3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = y^2 - y + \frac{1}{4}$$

$$(5b - 0,4a)^2 = 25b^2 - 4ab + 0,16a^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$a=x$$

$$b=y$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$2ab \dots 2 \cdot x \cdot 2$$

$$(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$2 \cdot 2x \cdot 1$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x+3y)^2 = x^2 + 6xy + (3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$$

$$\rightarrow 2 \cdot x \cdot 3y = 6xy$$

$2ab$

$$(2x+2y)^2 = 4x^2 + 8xy + 4y^2$$

$2 \cdot 2x \cdot 2y$

$$(5x+4y)^2 = 25x^2 + 40xy + 16y^2$$

$2 \cdot 5x \cdot 4y$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$2 \cdot x \cdot 2$

$$(1-2x)^2 = 1 - 4x + 4x^2$$

$2 \cdot 1 \cdot 2x$

$$(x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$2 \cdot x \cdot 3y$

$$(5x-5y)^2 = 25x^2 - 50xy + 25y^2$$

$2 \cdot 5x \cdot 5y$

$$(3x+10)^2 = 9x^2 + 60x + 100$$

$2 \cdot 3x \cdot 10$

$$(2a+3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

$$(0,3x+0,5)^2 = 0,09x^2 + 0,3x + 0,25$$

$2 \cdot 0,3 \cdot 0,5$

$$\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 = 4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$$

$2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{2}{3}a - 3\right)^2 = \frac{4}{9}a^2 - 4a + 9$$

$2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3$

Lomené výrazy 3 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 15}

$$(a+b)(a+b)$$

Pokud lze, uprav na součin pomocí vzorce $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot a \cdot b = 2ab \quad \checkmark$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 2 = 4x \quad \checkmark$$

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 4 = 8x \quad \checkmark$$

$$x^2 + 16x + 36 \neq (x + 6)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 6 = 12x \quad \text{NEJDE}$$

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = (x - 3y)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 3y = 6xy \quad \checkmark$$

$$4x^2 + 16xy + 4y^2 \neq (2x + 2y)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 2x \cdot 2y = 8xy \quad \text{NEJDE}$$

$$9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 3x \cdot 2 = 12x \quad \checkmark$$

$$16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 4x \cdot 1 = 8x \quad \checkmark$$

$$81a^2 - 18a + 1 = (9a - 1)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 9a \cdot 1 = 18a \quad \checkmark$$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} = x \quad \checkmark$$

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 1 = 2x \quad \checkmark$$

$$x^2 - 8x + 4 \neq (x - 2)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot x \cdot 2 = 4x \quad \text{NEJDE}$$

$$z^2 + 10z + 25 = (z + 5)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot z \cdot 5 = 10z \quad \checkmark$$

$$4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 2x \cdot 1 = 4x \quad \checkmark$$

$$25y^2 + 30y + 9 = (5y + 3)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 5y \cdot 3 = 30y \quad \checkmark$$

$$4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 2x \cdot 5 = 20x \quad \checkmark$$

$$4y^2 - 6y + 4 \neq (2y - 2)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 2y \cdot 2 = 8y \quad \text{NEJDE}$$

$$25x^2 + 40xy + 16y^2 \neq (5x + 4y)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 5x \cdot 4y = 40xy \quad \text{NEJDE}$$

$$100b^2 - 100bc + 25c^2 = (10b - 5c)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 10b \cdot 5c = 100bc \quad \checkmark$$

$$9x^2 - x + \frac{1}{9} \neq \left(3x - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$\text{kont: } 2 \cdot 3x \cdot \frac{1}{3} = 2x \quad \text{NEJDE}$$

Doplň čísla aby rovnost dávala smysl

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$2 \cdot x \cdot 3 = 6x$$

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$2 \cdot x \cdot 3 = 6x$$

$$(a - 5)^2 = a^2 - 10a + 25$$

$$2 \cdot a \cdot 5$$

$$(y + 6)^2 = y^2 + 12y + 36$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ &2 \cdot a \cdot b \\ &2 \cdot y \cdot 6 = 12y \rightarrow 12y = 2y = 6 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{2}{5}c + 5\right)^2 = \frac{4}{25}c^2 + 20c + 25$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ &2 \cdot a \cdot b \\ &2 \cdot \frac{2}{5}c \cdot 5 = 20c \end{aligned}$$

$$\left(k + \frac{3}{4}\right)^2 = k^2 + \frac{3}{2}k + \frac{9}{16}$$

$$2 \cdot k \cdot \frac{3}{4}$$

Lomené výrazy 4 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 16}

Roznásob pomocí vzorce $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - \underline{ab+ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

$+b \cdot (-b) = -b^2$

$$(x+y) \cdot (x-y) = x^2 - y^2$$

$x^2 - \underline{xy+xy} - y^2$

$$(2-b) \cdot (2+b) = 4 - b^2$$

kontrola: $4 + 2b - 2b - b^2$

$$(5a+1) \cdot (5a-1) = 25a^2 - 1$$

$$(2x+3) \cdot (2x-3) = 4x^2 - 9$$

$$(b-a) \cdot (b+a) = b^2 - a^2$$

$$(-2x+y) \cdot (2x+y) = y^2 - 4x^2$$

$y - 2x \quad y + 2x$

$$(-x+2y) \cdot (2y+x) = 4y^2 - x^2$$

$2y - x \quad 2y + x$

$$(a-\sqrt{b}) \cdot (a+\sqrt{b}) = a^2 - b$$

$$(\sqrt{b})^2 = b \quad b > 0$$

$$(5+\sqrt{5}) \cdot (5-\sqrt{5}) = 25 - 5 = 20$$

$$(a+1) \cdot (a-1) = a^2 - 1$$

kontrola: $a^2 - \underline{a+a} - 1 \xrightarrow{1 \cdot (-1) = -1}$

$$(2+b) \cdot (2-b) = 4 - b^2$$

kontrola: $4 - 2b + 2b - b^2$

$$(5a-1) \cdot (5a+1) = 25a^2 - 1$$

$$(3a+2b) \cdot (3a-2b) = 9a^2 - 4b^2$$

$$(5y-6) \cdot (5y+6) = 25y^2 - 36$$

$$\begin{matrix} -a & +a \\ (-a+b) \cdot (a+b) = -a^2 + b^2 = \\ \hookrightarrow (b-a) \cdot (b+a) = b^2 - a^2 = -a^2 + b^2 \end{matrix}$$

$$(-a+b) \cdot (-a-b) = a^2 - b^2$$

kontrola: $a^2 + \underline{ab-ab} - b^2$

$$(-3a+b) \cdot (3a+b) = -9a^2 + b^2$$

$$(a+\sqrt{2}) \cdot (a-\sqrt{2}) = a^2 - 2$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

$$(300+\sqrt{1000}) \cdot (300-\sqrt{1000}) = 90000 - 1000 = 89000$$

Uprav na součin pomocí vzorce $a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$

$$x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$y^2 - 4 = (y-2)(y+2)$$

$$1 - x^2 = (1+x)(1-x)$$

$$4y^2 - 1 = (2y+1)(2y-1)$$

$$4z^2 - 9 = (2z-3)(2z+3)$$

$$9y^2 - 25 = (3y+5)(3y-5)$$

$$1 - 81a^2 = (1+9a)(1-9a)$$

$$144x^2 - 169 = (12x+13)(12x-13)$$

$$-4 + 9y^2 = (3y+2)(3y-2)$$

$9y^2 - 4$

$$-x^2 + 9y^2 = (3y-x)(3y+x)$$

$9y^2 - x^2$

$$36z^2 - 25x^2 = (6z+5x)(6z-5x)$$

$$100a^2 - 25b^2 = (10a+5b)(10a-5b)$$

$$z^2 - \frac{1}{4} = \left(z + \frac{1}{2}\right) \left(z - \frac{1}{2}\right)$$

$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{9}x^2 - 1 = \left(\frac{1}{3}x + 1\right) \left(\frac{1}{3}x - 1\right)$$

$\frac{1}{3}x \quad 1$

$$\frac{1}{36}b^2 - \frac{1}{16}c^2 = \left(\frac{1}{6}b + \frac{1}{4}c\right) \cdot \left(\frac{1}{6}b - \frac{1}{4}c\right)$$

$$-\frac{9}{25}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = \left(\frac{1}{2}y + \frac{3}{5}x\right) \left(\frac{1}{2}y - \frac{3}{5}x\right)$$

$\frac{1}{4}y^2 - \frac{9}{25}x^2$

Lomené výrazy 5 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 17}

Doplň tabulku

Tvar bez závorek	Součinnový tvar	Tvar bez závorek	Součinnový tvar
x^2+x 1. Křížkem (1. do výzkonné)	VZOR: $x(x+1)$	y^2-6y+9	$(y-3)^2$ kontrola: $2 \cdot y \cdot 3 = 6y$ ✓
VZOR: $a^2+2ab+b^2$ 2. Vzorec - pokud jsou tři - 1 násobí zkontroluj poslední člen!	$(a+b)^2$	$2y^2-2$	$2 \cdot (y^2-1)$ $2 \cdot (y+1)(y-1)$
y^2-1 3. Zkou obě odmocnit a je tam minus	VZOR: $(y-1)(y+1)$	$y^2-10y+25$	$(y-5)^2$ kontrola: $2 \cdot y \cdot 5 = 10y$ ✓
$2y^2+4y$	$2y(y+2)$	$9a^2-30a+25$	$(3a-5)^2$
$9-a^2$	$(3-a) \cdot (3+a)$	a^2-81	$(a-9) \cdot (a+9)$
y^2-4y+4	$(y-2)^2$ kontrola: $2 \cdot y \cdot 2 = 4y$ ✓	$8b^2-8$	$8 \cdot (b^2-1)$ $8 \cdot (b-1)(b+1)$
y^2-4	$(y+2)(y-2)$	$64b^2-16b+1$	$(8b-1)^2$ kontrola: $2 \cdot 8b \cdot 1 = 16b$ ✓
y^2-4y	$y \cdot (y-4)$	$b^2+20b+100$	$(b+10)^2$ kontrola: $2 \cdot b \cdot 10 = 20b$ ✓
$9a^2-25$	$(3a-5) \cdot (3a+5)$	$4b^2-4b+1$	$(2b-1)^2$
$16a^2-81$	$(4a-9) \cdot (4a+9)$	$1-x^2$	$(1+x)(1-x)$
$9b^2-4$	$(3b+2)(3b-2)$	$25-30b+9b^2$	$(5-3b)^2$
b^2-4b+4	$(b-2)^2$ kontrola: $2 \cdot b \cdot 2 = 4b$ ✓	$\frac{x^2}{9} + x + \frac{9}{4}$ $2 \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{3}{2}$	$\left(\frac{x}{3} + \frac{3}{2}\right)^2 =$
$4b^2-4b+1$	$(2b-1)^2$ kontrola: $2 \cdot 2b \cdot 1 = 4b$ ✓	$y^2+y+\frac{1}{4}$	kontrola: $2 \cdot y \cdot \frac{1}{2} = y$
b^2-6b+9	$(b-3)^2$	$4-25b$	$(2-5b) \cdot (2+5b)$
$4x^2+2x$	$2x(2x+1)$	$25y^2-40y+16$	$(5y-4)^2$ kontrola: $2 \cdot 5y \cdot 4 = 40y$ ✓
$25+10b+b^2$	$(5+b)^2$	$-7y^2+28$ $28-7y^2$	$7 \cdot (4-y^2)$ $7 \cdot (2-y)(2+y)$
$16y^2-9$	$(4y+3)(4y-3)$	$a^2-10a+25$	$(a-5)^2$
$4y^2+4y$	$4y(y+1)$	$\frac{9y^2}{4} + 6y + 4$ $2 \cdot \frac{3y}{2} \cdot 2$	$\left(\frac{3y}{2} + 2\right)^2 =$
$9-25b$	$(3-5b) \cdot (3+5b)$	$(ab)^2-1$ a^2b^2-1	$(ab-1)(ab+1)$

Lomené výrazy 6 – {opakování 8. ročníku: Výrazy 18}

Zjednodušte a rozložte na součin (Cermat)

1) $4a^2 - 9 = (2a + 3)(2a - 3)$

2) $p^2 - 16 = (p - 4)(p + 4)$

3) $(4a)^2 - 9 \cdot 9 = (4a - 9)(4a + 9)$
 $16a^2 - 81$

4) $9a^2 - 30a + 25 = (3a - 5)^2$
 kontrola: $2 \cdot 3a \cdot 5 = 30a$ ✓

5) $49 - (4a)^2 = 49 - 16a^2 = (7 - 4a) \cdot (7 + 4a)$
 $(-4a)^2 = 16a^2$

6) $(4 + x) \cdot x + 2x^2 = 4x + x^2 + 2x^2 = 3x^2 + 4x = x \cdot (3x + 4)$

7) $x \cdot x - x + 2x^2 = x^2 - x + 2x^2 = 3x^2 - x = x \cdot (3x - 1)$

8) $5^2 - (a^2 + 16) = 25 - a^2 - 16 = 9 - a^2 = (3 - a)(3 + a)$

9) $2 \cdot (x^2 - x) + x = 2x^2 - 2x + x = 2x^2 - x = x \cdot (2x - 1)$

10) $(3 + a)^2 - (3 \cdot a)^2 - 3^2 = 9 + 6a + a^2 - 9a^2 - 9 = 6a - 8a^2 = 2a(3 - 4a)$

11) $x \cdot (y - 3) + 3 \cdot (x - 2y) = xy - 3x + 3x - 6y = xy - 6y = y \cdot (x - 6)$

12) $a \cdot (-a) - 2^2 \cdot 3a + 6a^2 = -a^2 - 12a + 6a^2 = 5a^2 - 12a = a \cdot (5a - 12)$

13) $5 - (1 - x^2) - x \cdot 2x = 5 - 1 + x^2 - 2x^2 = 4 - x^2 = (2 - x)(2 + x)$

14) $(3n + 7) \cdot (-4n + 3n) + n \cdot (4n + 9) = -3n^2 - 7n + 4n^2 + 9n = n^2 + 2n = n \cdot (n + 2)$

Doplň čísla aby rovnost dávala smysl

15) $a + b \quad a^2 + 2ab + b^2$
 $(y + \underline{5})^2 = y^2 + 10y + \underline{25}$

17) $(x + y)^2 = x^2 - 2xy + 4b^2$
 $(\underline{-7} \cdot a + \underline{4} \cdot b)^2 = \underline{49} \cdot a^2 - 56ab + (\underline{4 \cdot b})^2$

$2 \cdot \underline{-7} \cdot 4b = 56ab$
 $56ab : 8b = 7a$

16) $(y + \underline{6}) \cdot (2y + 3) = 2y^2 + 15y + \underline{18}$

$2y^2 + 3y + 12y$
 $12y : 2y = 6$
 $6 \cdot 3 = 18$
 musí být 6
 chybní

Rozklady na součin 7

Zjednodušte a rozložte na součin

$$1) \quad (x+5)^2 - 25 = x^2 + 10x + 25 - 25 = x^2 + 10x = x \cdot (x+10)$$

$$2) \quad (x-2y)^2 + 8xy = x^2 - 4xy + 4y^2 + 8xy = x^2 + 4xy + 4y^2 = (x+2y)^2$$

$$3) \quad 4(2a-b)^2 - (3a+2b)^2 = 16a^2 - 16ab + 4b^2 - 9a^2 - 12ab - 4b^2 = 7a^2 - 28ab = 7a \cdot (a-4b)$$

$\hookrightarrow 4a^2 - 4ab + b^2$

$$4) \quad 0,49x^2 + 0,42xy + 0,09y^2 = (0,7x + 0,3y)^2$$

$2 \cdot 0,7x \cdot 0,3y \checkmark$

$$5) \quad 8ab + b^2 + 16a^2 = 16a^2 + 8ab + b^2 = (4a+b)^2$$

\hookrightarrow netže odměnit $2 \cdot 4a \cdot b \checkmark$

$$6) \quad \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{9}b^2 - \frac{1}{3}ab = \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{3}ab + \frac{1}{9}b^2 = \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b\right)^2$$

$2 \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{3}b = \frac{1}{3}ab \checkmark$

$$7) \quad 2 \cdot \left(a - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} - 2a = 2a^2 - 6a + \frac{9}{2} - \frac{9}{2} - 2a = 2a^2 - 8a = 2a \cdot (a-4)$$

$\hookrightarrow a^2 - 3a + \frac{9}{4}$

$$8) \quad y(x+5)^2 - y(x-3)^2 = x^2y + 10xy + 25y - x^2y + 6xy - 9y = 16xy + 16y = 16y \cdot (x+1)$$

$\hookrightarrow x^2 + 10x + 25$

$$9) \quad y^2 + (y-7)^2 - (y+7)^2 = y^2 + y^2 - 14y + 49 - y^2 - 14y - 49 = y^2 - 28y = y \cdot (y-28)$$

$\hookrightarrow y^2 + 14y + 49$

Cermat 2024:

$$10) \quad 6400 - (x^2 - 3600) = 6400 - x^2 + 3600 = 10000 - x^2 = (100+x)(100-x)$$

$$11) \quad (c-5) \cdot (2-3c) - (c-2c) \cdot 3c - 7c = 2c - 3c^2 - 10 + 15c + 3c^2 - 7c = 10c - 10 = 10 \cdot (c-1)$$

Cermat 2025:

$$12) \quad k \cdot (k-9) + 9 \cdot (k-16) = k^2 - 9k + 9k - 144 = k^2 - 144 = (k-12)(k+12)$$

$$13) \quad (2k)^2 - k \cdot (1+2k) = 4k^2 - k - 2k^2 = 2k^2 - k = k \cdot (2k-1)$$

Rozklady na součin 8

Rozlož na součin

$$1) \quad 63a^2 - 7 = 7 \cdot (9a^2 - 1) = 7 \cdot (3a - 1)(3a + 1)$$

$$2) \quad \frac{28}{25}x^2 - \frac{7}{16}y^2 = 7 \cdot \left(\frac{4}{25}x^2 - \frac{1}{16}y^2 \right) = 7 \cdot \left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{4}y \right) \left(\frac{2}{5}x + \frac{1}{4}y \right)$$

$$3) \quad y^4 - 4y^3 + 4y^2 = y^2 \cdot (y^2 - 4y + 4) = y^2 \cdot (y - 2)^2$$

$$4) \quad a\underline{x} + \underline{x} = x \cdot (a + 1)$$

$$5) \quad a(c-d) + (c-d) = (c-d) \cdot (a+1)$$

$$6) \quad 9a^2(a-3) - (a-3) = (a-3)(9a^2 - 1) = (a-3)(3a-1)(3a+1)$$



$$7) \quad \underline{ab+3a} - \underline{2b-6} = a \cdot (b+3) - 2 \cdot (b+3) = (b+3)(a-2)$$

$$8) \quad xy - x + y - 1 = x \cdot (y-1) + (y-1) = (y-1) \cdot (x+1)$$

$$9) \quad x^3 - x^2 + x - 1 = x^2 \cdot (x-1) + (x-1) = (x-1)(x^2+1)$$

$$10) \quad y^3 - y^2 - \underline{y+1} = y^2 \cdot (y-1) - (y-1) = (y-1)(y^2-1) = (y-1)(y+1)(y-1)$$

$$11) \quad y^4 - 16 = \underline{y^2-4} \cdot (y^2+4) = (y-2)(y+2)(y^2+4)$$

zk: $(y^2-4)(y^2+4) = y^4 - 4y^2 + 4y^2 - 16 \checkmark$

$$12) \quad x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$$

$(xy)^2$
 $\rightarrow a^2 - 4a + 4$

zk: $(xy-2)(xy-2) = x^2y^2 - 2xy - 2xy + 4 \checkmark$

$$13) \quad y^4 - 4y^2 + 4 = (y^2 - 2)^2$$

$a = y^2$
 $a^2 - 4a + 4$

zk: $(y^2-2)(y^2-2) = y^4 - 2y^2 - 2y^2 + 4 \checkmark$

Lomené výrazy 7 - Určování podmínek 1
 Urči podmínky platnosti lomených výrazů

NULOU NIKDY NEDEĚJÍME
 ZMĚNOVATEL ≠ 0

1) $\frac{1}{x}$
 Pod: Zmenovatel ≠ 0
 $x \neq 0$

2) $\frac{1}{x-2}$
 Zmenovatel ≠ 0
 Pod: $x-2 \neq 0$ /+2
 $x \neq 2$

3) $\frac{1}{x-3}$
 Pod: $x-3 \neq 0$
 $x \neq 3$

4) $\frac{1}{a+4}$
 Pod: $a+4 \neq 0$
 $a \neq -4$

5) $\frac{1}{2y+4}$
 Pod:
 $2y+4 \neq 0$
 $2y+4$ /:2
 $y+2$

6) $\frac{1}{4z-16}$
 Pod:
 $4z-16 \neq 0$
 $4z+16$ /:4
 $z \neq 4$

7) $\frac{1}{b^2}$
 Pod:
 $b^2 \neq 0$
 $b \neq 0$

8) $\frac{1}{c+37}$
 Pod:
 $c+37 \neq 0$
 $c \neq -37$

9) $\frac{1}{3x+15}$
 Pod:
 $3x+15 \neq 0$
 $3x+15$ /:3
 $x \neq -5$

10) $\frac{1}{4y-1}$
 Pod:
 $4y-1 \neq 0$
 $4y+1$ /:4
 $y \neq \frac{1}{4}$

11) $\frac{1}{3x-3}$
 Pod:
 $3x-3 \neq 0$
 $3x \neq 3$ /:3
 $x \neq 1$

12) $\frac{1}{a+b}$
 Pod:
 $a+b \neq 0$
 $a \neq -b$

13) $\frac{1}{x-3-5x-1}$
 Pod: $x-3-5x-1 \neq 0$
 $-4x-4 \neq 0$
 $-4x \neq 4$ /:(-1)
 $4x \neq -4$ /:4
 $x \neq -1$

14) $\frac{1}{2 \cdot (x-2)}$
 Pod: $2 \cdot (x-2) \neq 0$
 $2x-4 \neq 0$
 $2x \neq 4$ /:2
 $x \neq 2$

11, způsob na dalších stránkách.

15) $\frac{1}{2 \cdot (a+4) - 4}$
 Pod:
 $2a+8-4 \neq 0$
 $2a+4 \neq 0$
 $2a \neq -4$ /:2
 $a \neq -2$

16) $\frac{1}{2a-2b}$
 Pod: $2a-2b \neq 0$
 $2a \neq 2b$ /:2
 $a \neq b$

17) $\frac{1}{4b-2a}$
 Pod: $4b \neq 2a$
 ↓:4
 1, možná
 $b \neq \frac{a}{2}$
 množnost
 výrazů a
 $a \neq 2b$

18) $\frac{1}{2 \cdot (c+37) - 14 + 2c}$
 Pod: $2c+74-14+2c \neq 0$
 $4c+60 \neq 0$
 $4c \neq -60$ /:4
 $c \neq -15$

Lomené výrazy 8 – Kvadratické a kubické rovnice řešené rozkladem

Urči kdy se rovnice rovná nule

1) *kdy bude levá strana rovna nule? 2)*

$$(x+1)^2=0 \quad 0^2=0 \quad (x-2)^2=0$$

$$\underline{x+1=0} \quad /-1 \quad \underline{x-2=0}$$

$$\underline{x=-1} \quad \underline{x=2}$$

3)

$$(y+3)^2=0$$

$$\underline{y+3=0}$$

$$\underline{y=-3}$$

4)

$$(x-5)^2=0$$

$$\underline{x-5=0}$$

$$\underline{x=5}$$

5) *kdy bude levá strana rovna nule?*

$$(x-3) \cdot (x+1) = 0 \quad \text{L} \rightarrow \text{zobohovír každý nula = nula}$$

musí být nula *musí být nula*

$$\underline{x-3=0} \quad \underline{x+1=0}$$

$$\underline{x_1=3} \quad \underline{x_2=-1}$$

6)

$$(x-6) \cdot (y+3) = 0$$

$$\underline{x-6=0} \quad \underline{y+3=0}$$

$$\underline{x=6} \quad \underline{y=-3}$$

7)

$$y(y-5) = 0$$

$$\underline{y=0} \quad \underline{y-5=0}$$

$$\underline{y_2=5}$$

8)

$$(z+4) \cdot (z-1) = 0$$

$$\underline{z_1=-4}$$

$$\underline{z_2=1}$$

9)

$$(x+5) \cdot (x-1) \cdot (x-6) = 0$$

$$\underline{x+5=0} \quad \underline{x-1=0} \quad \underline{x-6=0}$$

$$\underline{x_1=-5} \quad \underline{x_2=1} \quad \underline{x_3=6}$$

10)

$$x^2 \cdot (x+2)^2 = 0$$

L → řešení z činitele = 0

$$\underline{x^2=0} \quad \underline{(x+2)^2=0}$$

$$\underline{x_1=0} \quad \underline{x+2=0}$$

$$\underline{x_2=-2}$$

Rozlož a urči kdy se rovnice rovná nule

11)

$$x^2 - 4 = 0$$

$$\underline{(x-2)(x+2) = 0}$$

$$\underline{x_1=2}$$

$$\underline{x_2=-2}$$

12)

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\underline{(x+1)^2 = 0}$$

$$\underline{x = -1}$$

13)

$$4x^2 - 16x = 0$$

$$\underline{4x(x-4) = 0}$$

$$\underline{4x=0} \quad \underline{x-4=0}$$

$$\underline{x_1=0} \quad \underline{x_2=4}$$

14)

$$4x^2 - 16 = 0$$

$$\underline{4 \cdot (x^2 - 4) = 0}$$

$$\underline{4 \cdot (x-2) \cdot (x+2) = 0}$$

$$\underline{x-2=0} \quad \underline{x+2=0}$$

$$\underline{x_1=2} \quad \underline{x_2=-2}$$

např:

$$\underline{(2x-4)(2x+4) = 0}$$

$$\underline{2x-4=0} \quad \underline{2x+4=0}$$

$$\underline{2x=4} \quad /:2 \quad \underline{2x=-4} \quad /:2$$

$$\underline{x_1=2} \quad \underline{x_2=-2}$$

15)

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\underline{(2x+1)^2 = 0}$$

$$\underline{2x+1=0}$$

$$\underline{2x=-1} \quad /:2$$

$$\underline{x = -\frac{1}{2}}$$

16)

$$x^2 - 49 = 0$$

$$\underline{(x-7)(x+7) = 0}$$

$$\underline{x_1=7}$$

$$\underline{x_2=-7}$$

Lomené výrazy 9 – Podmínky výrazu

Urči podmínky kdy má výraz smysl

1)

$$\frac{2}{5x+5}$$

Pod: $5x+5 \neq 0 \quad /:-5$
 $5x \neq -5 \quad /:5$
 $x \neq -1$

3)

$$\frac{1}{2 \cdot (2a-3) + 4b + 6}$$

$4a - 6 + 4b + 6 \neq 0$
 $4a + 4b \neq 0 \quad /:-4b$
 $4a \neq -4b \quad /:4$
 Pod: $a \neq -b$

5)

→ Pro podmínky uče číselník nezapínej

$$\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{8}{7x-5} + \frac{3}{2x+5}$$

$2x-1 \neq 0 \quad /:+1$
 $2x \neq 1 \quad /:2$
 $x \neq \frac{1}{2}$

$2x+5 \neq 0 \quad /:-5$
 $2x \neq -5 \quad /:2$
 $x \neq -\frac{5}{2}$

$7x-5 \neq 0 \quad /:+5$
 $7x \neq 5 \quad /:7$
 $x \neq \frac{5}{7}$

Pod: $x \neq \frac{1}{2}$
 $x \neq -\frac{5}{2}$
 $x \neq \frac{5}{7}$

7)

$$\frac{x+3}{(x-5) \cdot (x-10) \cdot (x-8)}$$

Pod: $x \neq 5$
 $x \neq 10$
 $x \neq 8$

9)

$$\frac{5}{3x+13} - \frac{1}{1-x} + \frac{2x+1}{x+2} + \frac{x-7}{x-1}$$

$3x+13 \neq 0 \quad /:-13$
 $3x \neq -13 \quad /:3$
 $x \neq -\frac{13}{3}$

Pod: $x \neq -\frac{13}{3}$
 $x \neq 1$
 $x \neq -2$

2)

Pro podmínky číselník nebraje význam.

$$\frac{3+x}{3-x} + \frac{2x+1}{2x-1}$$

$3-x \neq 0 \quad /:-3$
 $-x \neq -3 \quad /:(-1)$
 $x \neq 3$

$2x-1 \neq 0 \quad /:+1$
 $2x \neq 1 \quad /:2$
 $x \neq \frac{1}{2}$

Pod: $x \neq 3$
 $x \neq \frac{1}{2}$

4)

$$\frac{1}{-x+4x-2-3y+6y+2}$$

Pod: $3x+3y \neq 0 \quad /:-3y$
 $3x \neq -3y \quad /:3$
 $x \neq -y$

6)

$$\frac{3}{(x-4)(x+1)} + \frac{4}{(x-5)(x+1)}$$

Pro jedna z číselník se nesmí rovnat nule

Pod: $x \neq 4$
 $x \neq -1$
 $x \neq 5$

8)

$$\frac{x+6}{x(x-2)} \cdot \frac{7-3y}{y+6}$$

Pod: $x \neq 0$
 $x \neq 2$
 $y \neq -6$

10)

$$\frac{3}{(b-2) \cdot (b+7) \cdot (b+6) \cdot (b+4)}$$

Pod: $b \neq 2$
 $b \neq -7$
 $b \neq -6$
 $b \neq -4$

Lomené výrazy 10 – Podmínky výrazu

Jmenovatel rozlož na součin a urči podmínky kdy má výraz smysl.

1)
$$\frac{1}{x^2}$$

 $L >$ Pod: $x \neq 0$

2)
$$\frac{1}{x^2 - 4}$$

 $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$
 $(x - 2)(x + 2) \neq 0$
 $x - 2 \neq 0 \quad / :2 \quad x + 2 \neq 0 \quad / -2$
 $x \neq 2 \quad x \neq -2$
 Pod: $x \neq \pm 2$

3)
$$\frac{1}{4x^2 - 16}$$

 $4 \cdot (x^2 - 4)$
 $4 \cdot (x - 2)(x + 2) \neq 0$
 Pod: $x \neq \pm 2$

4)
$$\frac{1}{81y^2 - 1}$$

 $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
 $(9y - 1)(9y + 1)$
 $9y - 1 \neq 0 \quad / +1 \quad 9y + 1 \neq 0$
 $9y + 1 \neq 0 \quad / :9 \quad 9y - 1 \neq 0 \quad / :9$
 $y \neq \frac{1}{9} \quad y \neq -\frac{1}{9}$
 Pod: $y \neq \pm \frac{1}{9}$

5)
$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1}$$

 $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$
 $(x + 1)^2 \neq 0$
 $x + 1 \neq 0 \quad / -1$
 Pod: $x \neq -1$

6)
$$\frac{1}{4x^2 + 4x + 1}$$

 $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$
 $(2x + 1)^2 \neq 0$
 $2x + 1 \neq 0 \quad / -1$
 $2x + 1 \neq 0 \quad / :2$
 Pod: $x \neq -\frac{1}{2}$

7)
$$\frac{1}{y^2 - 64y}$$

 $y \cdot (y - 64) \neq 0$
 Pod: $y \neq 0$
 $y \neq 64$

8)
$$\frac{1}{2x^2 - 2}$$

 $2 \cdot (x^2 - 1) \neq 0$
 $2 \cdot (x + 1)(x - 1) \neq 0$
 Pod: $x \neq \pm 1$

9)
$$\frac{1}{x^2 - 49}$$

 $A^2 - B^2$
 $(x - 7)(x + 7) \neq 0$
 Pod: $x \neq \pm 7$

10)
$$\frac{1}{3y^2 - 27}$$

 $3 \cdot (y^2 - 9)$
 $3 \cdot (y - 3)(y + 3) \neq 0$
 Pod: $y \neq \pm 3$

11)
$$\frac{1}{17 - 17x^2}$$

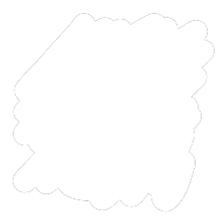
 $17 \cdot (1 - x^2) \neq 0$
 $17 \cdot (1 - x)(1 + x) \neq 0$
 $1 - x \neq 0 \quad / -1 \quad 1 + x \neq 0 \quad / -1$
 $-x + 1 \neq 0 \quad / :(-1) \quad x + 1 \neq 0$
 $x + 1 \neq 0$
 Pod: $x \neq \pm 1$

12)
$$\frac{1}{15y^2 - 15}$$

 $15 \cdot (y^2 - 1) \neq 0$
 $15 \cdot (y - 1)(y + 1) \neq 0$
 Pod: $y \neq \pm 1$

Lomené výrazy 11 – Podmínky výrazu

Jmenovatel rozlož na součin a urči podmínky, kdy má výraz smysl.



1) $\frac{1}{x^2 - 16x}$
 $x \cdot (x - 16) \neq 0$
 Pod: $x \neq 0$
 $x \neq 16$

2) $\frac{1}{x^2 - 2x + 1}$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$
 $(x - 1)^2 \neq 0$
 Pod: $x \neq 1$

3) $\frac{1}{x^2 - 10x + 25}$
 $(x - 5)^2 \neq 0$
 Pod: $x \neq 5$

4) $\frac{1}{x^2 + 12x + 36}$
 $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$
 $(x + 6)^2 \neq 0$
 Pod: $x \neq -6$ ← $x + 6 \neq 0$
 $x \neq -6$

5) $\frac{1}{3y^2 + 12y}$
 $3y \cdot (y + 4) \neq 0$
 Pod: $y \neq 0$
 $y \neq -4$

6) $\frac{1}{9x^2 + 18x}$
 $9x \cdot (x + 2) \neq 0$
 Pod: $x \neq 0$
 $x \neq -2$

7) $\frac{1}{y^2 + y}$
 $y \cdot (y + 1) \neq 0$
 Pod: $y \neq 0$
 $y \neq -1$

8) $\frac{1}{4x^2 - 9}$
 $(2x - 3)(2x + 3) \neq 0$
 $2x - 3 \neq 0 \rightarrow 2x \neq 3 \rightarrow x \neq \frac{3}{2}$
 $2x + 3 \neq 0 \rightarrow 2x \neq -3 \rightarrow x \neq -\frac{3}{2}$
 Pod: $x \neq \frac{3}{2}$
 $x \neq -\frac{3}{2}$

9) $\frac{1}{5x^2 - 20}$
 $5 \cdot (x^2 - 4) = 5 \cdot (x - 2)(x + 2) \neq 0$
 Pod: $x \neq \pm 2$

10) $\frac{1}{7x^2 - 49x}$
 $7x \cdot (x - 7) \neq 0$
 Pod: $x \neq 0$
 $x \neq 7$

11) $\frac{1}{1 - 16x^2}$
 $(1 - 4x)(1 + 4x) \neq 0$
 $1 - 4x \neq 0 \rightarrow -4x \neq -1 \rightarrow x \neq \frac{1}{4}$
 $1 + 4x \neq 0 \rightarrow 4x \neq -1 \rightarrow x \neq -\frac{1}{4}$
 Pod: $x \neq \pm \frac{1}{4}$

12) $\frac{1}{x^2 - 6x + 9}$
 $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$
 $(x - 3)^2 \neq 0$
 Pod: $x \neq 3$

Lomené výrazy 12 – Krácení lomených výrazů
Zkrať výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1) $\frac{A^1}{A_1} = \frac{1}{1} = 1$

2) $\frac{x^1}{x_1} = 1$
↳ pod: $x \neq 0$

3) $\frac{2a^1}{4a_1} = \frac{1}{2}$
↳ pod: $a \neq 0$

4) $\frac{4ba^1}{4a_1} = \frac{b}{1} = b$
↳ pod: $a \neq 0$

5) $\rightarrow a^2 : a = a$
 $\frac{3a^2}{9a} = \frac{\cancel{3} \cdot a \cdot \cancel{a}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot a} = \frac{a}{3}$
↳ pod: $a \neq 0$

6) $\frac{25x}{5x^2} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{x}}{\cancel{5} \cdot \cancel{x} \cdot x} = \frac{5}{x}$
↳ pod: $x \neq 0$

7) $\frac{2axy}{4a^2x} = \frac{y}{2a}$
↳ pod: $a^2 \neq 0$, $x \neq 0$, $a \neq 0$

8) $\frac{81y^2x}{9y^2} = 9yx$
↳ pod: $y^2 \neq 0$, $y \neq 0$

9) $\frac{-16c^2}{-8c^3} = \frac{16c^{\cancel{2}}}{8c^{\cancel{2}}c} = \frac{2}{c}$
↳ pod: $c \neq 0$

10) $\frac{-8abcd}{4abcd} = -2$
↳ pod: $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$

11) \rightarrow At' dosadíme hodnoty, pšjde pokrátit
 $\frac{x+1}{x+1} = \frac{1}{1} = 1$
↳ pod: $x+1 \neq 0$ / -1, $x \neq -1$

12) $\frac{2(x-2)}{x-2} = 2$
↳ pod: $x-2 \neq 0$ / +2, $x \neq 2$

13) $\frac{x \cdot (x+4)}{2x} = \frac{x+4}{2}$
↳ pod: $x \neq 0$

14) $\frac{x \cdot (x+4)}{2(x+4)} = \frac{x}{2}$
↳ $x+4 \neq 0$, $x \neq -4$

Lomené výrazy 13 – Krácení lomených výrazů
Zkrat' výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1)

$$\frac{-(a-b)}{b-a} = \frac{-a+b}{b-a} = \frac{\cancel{b-a}}{\cancel{b-a}} = 1$$

Náipověda →

Pod: $b \neq a$

2)

$$\frac{a-b}{b-a} = \frac{-b+a}{b-a} = -\frac{\cancel{(b-a)}}{\cancel{b-a}} = -1$$

Pod: $b \neq a$

3)

$$\frac{\cancel{(x+1)} \cdot (x-4)}{\cancel{(x+1)}} = x-4$$

Pod: $x \neq -1$

4)

$$\frac{x \cdot \cancel{(x-2)} \cdot \cancel{(x-4)}}{x \cdot \cancel{(x-4)}} = x-2$$

Pod: $x \neq 0$
 $x \neq 4$

5)

$$\frac{\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}^2} = \frac{\cancel{x+1}}{\cancel{(x+1)}(x+1)} = \frac{1}{x+1}$$

Pod: $x \neq -1$

6)

$$\frac{(x+1) \cdot (x-4)}{(x-4)^2} = \frac{(x+1) \cdot \cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}(x-4)} = \frac{x+1}{x-4}$$

Pod: $x \neq 4$

7)

$$\frac{2x-2}{2} = \frac{\cancel{2} \cdot (x-1)}{\cancel{2}} = x-1$$

8)

$$\frac{y^2-y}{y} = \frac{\cancel{y} \cdot (y-1)}{\cancel{y}} = y-1$$

Pod: $y \neq 0$

9)

$$\frac{5z-30}{z-6} = \frac{5 \cdot \cancel{(z-6)}}{\cancel{z-6}} = 5$$

Pod: $z \neq 6$

10)

$$\frac{y^2-25}{y+5} = \frac{(y-5) \cdot \cancel{(y+5)}}{\cancel{y+5}} = y-5$$

Pod: $y \neq -5$

11)

$$\frac{x^2-2x+1}{x-1} = \frac{\cancel{(x-1)}^2}{\cancel{x-1}} = \frac{\cancel{(x-1)}(x-1)}{\cancel{x-1}} = x-1$$

Pod: $x \neq 1$

12)

$$\frac{x^2-2x+1}{x-1} = \frac{-x+1}{x-1} = -\frac{\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}} = -1$$

Pod: $x \neq 1$

Lomené výrazy 14 – Krácení lomených výrazů
Zkrat' výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1)

$$\frac{6a+2ab}{2a^2-4a} = \frac{\cancel{2a} \cdot (3+b)}{\cancel{2a} \cdot (a-2)} = \frac{3+b}{a-2}$$

Pod: $a \neq 0$
 $a \neq 2$

2)

$$\frac{m^2+m}{m^2-m} = \frac{\cancel{m} \cdot (m+1)}{\cancel{m} \cdot (m-1)} = \frac{m+1}{m-1}$$

Pod: $m \neq 0$
 $m \neq 1$

3)

$$\frac{4(x-y)^2}{6xy-6y^2} = \frac{\cancel{2} \cdot (x-y)(x-y)}{\cancel{6} \cdot y \cdot (x-y)} = \frac{2 \cdot (x-y)}{3y}$$

Pod: $y \neq 0$
 $x \neq y$

4)

$$\frac{u+3}{u^2-9} = \frac{\cancel{u+3}}{(u-3)\cancel{(u+3)}} = \frac{1}{u-3}$$

Pod: $u \neq \pm 3$

5)

$$\frac{z^2-1}{az+a} = \frac{(z-1)\cancel{(z+1)}}{a \cdot \cancel{(z+1)}} = \frac{z-1}{a}$$

Pod: $a \neq 0$
 $z \neq -1$

6)

$$\frac{r^2-4}{r+2} = \frac{(r-2)\cancel{(r+2)}}{\cancel{r+2}} = r-2$$

Pod: $r \neq -2$

7)

$$\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x-2}} = x+2$$

Pod: $x \neq 2$

Lomené výrazy 15 – Krácení lomených výrazů
 Zkrat výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1)

$$\frac{y^2 - 16}{y^2 - 4y} = \frac{\cancel{(y-4)}(y+4)}{y \cdot \cancel{(y-4)}} = \frac{y+4}{y}$$

Pod: $y \neq 0$
 $y \neq 4$

2)

$$\frac{4x^2 - 4x + 1}{4x^2 - 1} = \frac{\cancel{(2x-1)}^2}{\cancel{(2x-1)}(2x+1)} = \frac{2x-1}{2x+1}$$

Pod: $2x-1 \neq 0$
 $2x+1 \neq 0$
 $x \neq \frac{1}{2}$ $x \neq -\frac{1}{2}$

3)

$$\frac{4a - 8b}{a^2 - 4b^2} = \frac{4 \cdot \cancel{(a-2b)}}{\cancel{(a-2b)}(a+2b)} = \frac{4}{a+2b}$$

Pod: $a-2b \neq 0$
 $a \neq 2b$ $a \neq -2b$

4)

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x+1} = \frac{\cancel{(x+1)}^2}{\cancel{x+1}} = x+1$$

Pod: $x \neq -1$

5)

$$\frac{x^2 y - y}{xy - y} = \frac{\cancel{y} \cdot \cancel{(x-1)}^2}{\cancel{y} \cdot \cancel{(x-1)}} = \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}} = x+1$$

Pod: $y \neq 0$
 $x \neq 1$

6)

$$\frac{x^2 + 5x}{x^2 - 25} = \frac{x \cdot \cancel{(x+5)}}{\cancel{(x-5)}(x+5)} = \frac{x}{x-5}$$

Pod: $x \neq \pm 5$

7)

$$\frac{r+s}{r^2 + 2rs + s^2} = \frac{r+s}{(r+s)^2} = \frac{\cancel{r+s}}{\cancel{(r+s)}(r+s)} = \frac{1}{r+s}$$

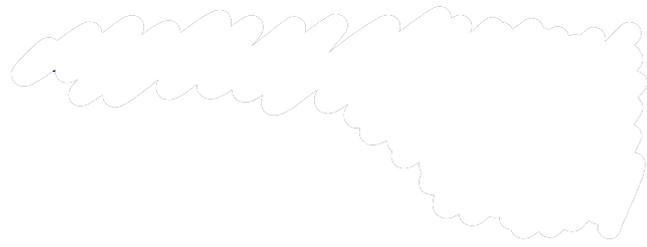
Pod: $r+s \neq 0$
 $r \neq -s$

8)

$$\frac{3p - 3q}{(p-q)^2} = \frac{3 \cdot \cancel{(p-q)}}{\cancel{(p-q)}^2} = \frac{3}{p-q}$$

Pod: $p \neq q$

Lomené výrazy 16 – Krácení lomených výrazů
 Zkrat' výraz a urči podmínky, kdy má výraz smysl.



1)
$$\frac{x^2 - 4x + 4}{x(x-2)} = \frac{\cancel{x-2}^2 (x-2)}{x \cdot \cancel{x-2}} = \frac{x-2}{x}$$
 Pod: $x \neq 0$
 $x \neq 2$

2)
$$\frac{9x^2 - 9x}{9x - 9} = \frac{9x \cdot \cancel{x-1}}{9 \cdot \cancel{x-1}} = x$$
 Pod: $x \neq 1$

3)
$$\frac{9 - s^2}{s^2 + 6s + 9} = \frac{(3-s)\cancel{(3+s)}}{\cancel{(s+3)}^2 (s+3)} = \frac{3-s}{s+3}$$

$$\frac{A^2 - 2AB + B^2}{A^2 + 2AB + B^2}$$
 Pod: $s \neq -3$

4)
$$\frac{4x^2 - 16x + 16}{8(x-2)} = \frac{4 \cdot \cancel{(x-2)}^2}{\cancel{8}_2 \cdot (x-2)} = \frac{\cancel{x-2}^2}{2 \cdot \cancel{x-2}} = \frac{x-2}{2}$$
 Pod: $x \neq 2$

5)
$$\frac{4c^2 - 9}{c(2c-3)} = \frac{\cancel{(2c-3)}(2c+3)}{c \cdot \cancel{(2c-3)}} = \frac{2c+3}{c}$$
 Pod: $c \neq 0$
 $2c - 3 \neq 0$
 $c \neq \frac{3}{2}$
 $2c \neq 3 \quad | :2$

6)
$$\frac{2x+2y}{2x^2-2y^2} = \frac{\cancel{2} \cdot (x+y)}{\cancel{2} \cdot (x^2-y^2)} = \frac{\cancel{x+y}}{(x-y)\cancel{(x+y)}} = \frac{1}{x-y}$$
 Pod: $x \neq \pm y$

7)
$$\frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{\cancel{(a+b)}^2}{(a-b)\cancel{(a+b)}} = \frac{a+b}{a-b}$$
 Pod: $a \neq \pm b$

8)
$$\frac{(x+1)^2 - 1}{x} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 1}{x} = \frac{x^2 + 2x}{x} = \frac{\cancel{x} \cdot (x+2)}{\cancel{x}} = x+2$$
 Pod: $x \neq 0$

Lomené výrazy 17 – sčítání lomených výrazů

Sečti a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2+4}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{2+3}{x} = \frac{5}{x}$$

↳ Pod: $x \neq 0$

$$\frac{4}{x+1} + \frac{3}{x+1} = \frac{4+3}{x+1} = \frac{7}{x+1}$$

↳ Pod: $x+1 \neq 0$
 $x \neq -1$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{\cancel{x+1}}{\cancel{x+1}} = 1$$

↳ Pod: $x \neq -1$

$$\frac{x+1}{x} + \frac{x-1}{x} = \frac{x+1+x-1}{x} = \frac{2x}{x} = 2$$

↳ Pod: $x \neq 0$

$$\frac{x+1}{x} - \frac{x+1}{x} = \frac{x+1-(x+1)}{x} = \frac{x+1-x-1}{x} = \frac{0}{x} = 0$$

Průběh: $\frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0$

Největší společný jmenovatel v čitateli: $-x-1$ Pod: $x \neq 0$

$$\frac{4x}{x+2} - \frac{7x}{x+2} = \frac{4x-7x}{x+2} = \frac{-3x}{x+2} = -\frac{3x}{x+2}$$

↳ $x+2 \neq 0$
 $x \neq -2$

$$\frac{3x-4y}{2x+y} - \frac{x-5y}{2x+y} = \frac{3x-4y-x+5y}{2x+y} = \frac{2x+y}{2x+y} = \frac{1}{1} = 1$$

↳ Pod: $2x+y \neq 0$
 $y \neq -2x$

$$\frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x} = \frac{x+1-x+1}{x} = \frac{2}{x}$$

Pod: $x \neq 0$

$$\frac{x+1}{x} + 1 = \frac{x+1}{x} + \frac{1 \cdot x}{1 \cdot x} = \frac{x+1+x}{x} = \frac{2x+1}{x}$$

Průběh: $\frac{5}{3} + 1 = \frac{5}{3} + \frac{3}{3} = \frac{8}{3}$ TO SAME

Pod: $x \neq 0$

$$\frac{x^2+1}{x^2} - 1 = \frac{x^2+1}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} = \frac{x^2+1-x^2}{x^2} = \frac{1}{x^2}$$

Pod: $x^2 \neq 0$
 $x \neq 0$

$$\frac{4}{5m} + \frac{1 \cdot 5}{2m \cdot 5} = \frac{8}{10m} + \frac{5}{10m} = \frac{13}{10m}$$

NEJVĚTŠÍ
SPOLČNÝ JEMENOVATEL Pod: $m \neq 0$

$$\frac{1 \cdot a}{1 \cdot 2x} + \frac{a}{4x} = \frac{2a}{4x} + \frac{a}{4x} = \frac{3a}{4x}$$

↳ Pod: $x \neq 0$

$$\frac{1 \cdot (v+3)}{2 \cdot 4} + \frac{v-6}{8} = \frac{2v+6}{8} + \frac{v-6}{8} = \frac{3v}{8}$$

Uprav výraz na jediný zlomek a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$\frac{y \cdot y}{y \cdot x} - \frac{x \cdot x}{y \cdot x} = \frac{y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy} = \frac{y^2-x^2}{xy}$$

↳ Pod: $x \neq 0$ $y \neq 0$

$$\frac{x \cdot 1}{x \cdot (x+1)} - \frac{1 \cdot (x+1)}{x \cdot (x+1)} = \frac{x}{x \cdot (x+1)} - \frac{x+1}{x \cdot (x+1)} = \frac{x-x-1}{x \cdot (x+1)} = -\frac{1}{x \cdot (x+1)}$$

↳ Pod: $x+1 \neq 0$ $x \neq 0$
 $x \neq -1$

$$1 - \frac{a}{b-a} = \frac{b-a}{b-a} - \frac{a}{b-a} = \frac{b-a-a}{b-a} = \frac{b-2a}{b-a}$$

↳ $\frac{1 \cdot (b-a)}{1 \cdot (b-a)}$ Pod: $b-a \neq 0$
 $b \neq a$

Lomené výrazy 18 – sčítání lomených výrazů

Sečti a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1)

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2x}{1-x} = \frac{x}{x-1} - \frac{2x}{-(-1+x)} = \frac{x}{x-1} - \left(-\frac{2x}{x-1}\right) = \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{3x}{x-1}$$

\hookrightarrow $\text{pod: } x-1 \neq 0 \quad /+1$
 $x \neq 1$

2)

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2+2x+1+x^2-2x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2+2}{(x+1)(x-1)}$$

\hookrightarrow $\text{pod: } x \neq \pm 1$

3)

$$\frac{r}{r+s} - \frac{r+s}{r} = \frac{r \cdot r}{(r+s)r} - \frac{(r+s) \cdot (r+s)}{r \cdot (r+s)} = \frac{r^2}{r(r+s)} - \frac{r^2+2rs+s^2}{r(r+s)} = \frac{r^2 - r^2 - 2rs - s^2}{r(r+s)} = \frac{-2rs - s^2}{r \cdot (r+s)}$$

\hookrightarrow $\text{pod: } r+s \neq 0 \quad /-s$
 $r \neq -s$
 $r \neq 0$

4)

$$\frac{2p+7}{p^2-p} - \frac{9}{p-1} = \frac{2p+7}{p \cdot (p-1)} - \frac{9 \cdot p}{(p-1) \cdot p} = \frac{2p+7-9p}{p(p-1)} = \frac{-7p+7}{p \cdot (p-1)} = \frac{-7 \cdot (p-1)}{p \cdot (p-1)} = -\frac{7}{p}$$

\hookrightarrow $\text{pod: } p \neq 1$
 $p \neq 0$

5)

$$\frac{2}{(a+b)^2} - \frac{1}{a \cdot (a+b)} = \frac{2 \cdot a}{(a+b)^2 \cdot a} - \frac{1 \cdot (a+b)}{a \cdot (a+b) \cdot (a+b)} = \frac{2a}{a \cdot (a+b)^2} - \frac{a+b}{a \cdot (a+b)^2} = \frac{2a-a-b}{a \cdot (a+b)^2} = \frac{a-b}{a \cdot (a+b)^2}$$

\hookrightarrow $\text{pod: } a+b \neq 0$
 $a \neq -b$
 $a \neq 0$

6)

$$\frac{2}{a \cdot (a-b)} - \frac{1}{(a-b)^2} = \frac{2 \cdot (a-b)}{a \cdot (a-b) \cdot (a-b)} - \frac{1 \cdot a}{(a-b)^2 \cdot a} = \frac{2a-2b-a}{a \cdot (a-b)^2} = \frac{a-2b}{a \cdot (a-b)^2}$$

\hookrightarrow $\text{pod: } a \neq 0$
 $a-b \neq 0 \quad /+b$
 $a \neq b$

7)

$$\frac{3a+b}{1} - \frac{3a^2+b^2}{a+b} = \frac{(3a+b) \cdot (a+b)}{1 \cdot (a+b)} - \frac{3a^2+b^2}{a+b} = \frac{3a^2+3ab+ab+b^2-3a^2-b^2}{a+b} = \frac{4ab}{a+b}$$

\hookrightarrow $\text{pod: } a+b \neq 0$
 $a \neq -b$

8)

$$a+4b - \frac{a^2-4b^2}{a-b} = \frac{(a+4b) \cdot (a-b)}{a-b} - \frac{a^2-4b^2}{a-b} = \frac{a^2-ab+4ab-4b^2-a^2+4b^2}{a-b} = \frac{3ab}{a-b}$$

\hookrightarrow $\text{pod: } a-b \neq 0$
 $a \neq b$

Lomené výrazy 19 – násobení lomených výrazů

Vynásob a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$\frac{b^2}{b} = \frac{b \cdot \cancel{b}}{\cancel{b}}$$

$$\frac{\overset{1}{2} \cdot \overset{1}{5}}{\overset{2}{5} \cdot \overset{2}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\overset{1}{2} \cdot \overset{1}{x}}{\overset{1}{x} \cdot \overset{1}{4}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^2}{6}$$

$$\frac{\overset{b}{b^2}}{\overset{1}{2}} \cdot \frac{\overset{2}{A^2}}{\overset{1}{b}} = 2b$$

↳ Pod: $x \neq 0$

↳ Pod: $b \neq 0$

1)

$$\frac{\overset{c}{c^2} \cdot \overset{2}{4}}{\overset{1}{2c} \cdot \overset{2}{2c}} = \frac{\cancel{2c}}{\cancel{2c}} = 1$$

Pod: $c \neq 0$

2)

$$\frac{\overset{a}{a^2} \cdot \overset{2}{4}}{\overset{1}{2} \cdot \overset{2}{a}} = 2a$$

↳ Pod: $a \neq 0$

3)

$$\frac{\overset{2}{4yz} \cdot \overset{1}{x^1}}{\overset{1}{x^2} \cdot \overset{2}{2y^2z}} = \frac{2}{xy}$$

↳ Pod: $x \neq 0$
 $y \neq 0$
 $z \neq 0$

4)

$$\frac{\overset{1}{(a+b)} \cdot \overset{1}{(c-d)}}{\overset{1}{(c-d)} \cdot \overset{1}{(a+b)}} = 1$$

↳ Pod: $a-d \neq 0$ / d $a+b \neq 0$ / $-b$
 $c+d$ $a-b$

5)

$$\frac{\overset{x}{x^2y} \cdot \overset{1}{2(x+1)}}{\overset{1}{3(x+1)} \cdot \overset{1}{xy}} = \frac{2x}{3y}$$

↳ Pod: $x \neq 0$ $x+1 \neq 0$
 $y \neq 0$ $x-1$

6)

$$\frac{\overset{3}{15y^2} \cdot \overset{1}{3x}}{\overset{1}{5y^2} \cdot \overset{1}{1}} = 3x$$

↳ Pod: $y \neq 0$

7)

$$\frac{\overset{1}{9x} \cdot \overset{5}{10y}}{\overset{2}{4xy} \cdot \overset{5}{45y}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

↳ Pod: $x \neq 0$
 $y \neq 0$

8)

$$\frac{\overset{1}{3ab} \cdot \overset{5}{10xy^2}}{\overset{2}{4xy} \cdot \overset{1}{21ab^2}} = \frac{5y}{14b}$$

Pod:
↳ $x \neq 0$ $a \neq 0$
 $y \neq 0$ $b \neq 0$

9)

$$\frac{3a+3b}{a^2-b^2} \cdot \frac{a-b}{a+b} = \frac{3 \cdot \cancel{(a+b)}}{\cancel{(a+b)}(a-b)} \cdot \frac{\cancel{a-b}}{a+b} = \frac{3}{a+b}$$

↳ Pod: $a \neq \pm b$

10)

$$\frac{-(-5a+1)}{7a+ab} \cdot \frac{7+b}{1-5a} = \frac{\ominus(1-5a)}{a \cdot \cancel{(7+b)}} \cdot \frac{\cancel{7+b}}{1-5a} = \frac{-1}{a} = -\frac{1}{a}$$

↳ Pod: $a \neq 0$ $1-5a \neq 0$ / -1
 $b \neq -7$ $-5a-1$ / $1 \cdot (-1)$
 $5a+1$ / $1:5$
 $a \neq \frac{1}{5}$

Lomené výrazy 20 – násobení lomených výrazů

Vynásob a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \quad \frac{(r+1)(\cancel{r-1})}{\cancel{r-1}} \cdot \frac{(\cancel{r-1})(v-1)}{\cancel{r+1}} = (r+1)(v-1) = r^2 - 1$$

$$\hookrightarrow \text{pod: } r \neq \pm 1$$

$$2) \quad \frac{3}{p \cdot (p+2)} \cdot \frac{p^2-4}{p-2} = \frac{3}{\cancel{p} \cdot (\cancel{p+2})} \cdot \frac{(\cancel{p-2})(\cancel{p+2})}{\cancel{p-2}} = \frac{3}{p}$$

$$\hookrightarrow \text{pod: } p \neq 0 \\ p \neq -2 \\ p \neq 2$$

$$3) \quad (4r+2) \cdot \frac{1-r}{2r+1} = \frac{2 \cdot (\cancel{2r+1})}{1} \cdot \frac{1-r}{\cancel{2r+1}} = 2 \cdot (1-r) = 2-2r$$

$$\hookrightarrow \text{pod: } 2r+1 \neq 0 \quad /: -1 \\ 2r+1 \quad /: 2 \\ r \neq -\frac{1}{2}$$

$$4) \quad \frac{p+3}{3p-1} \cdot (9p-3) = \frac{p+3}{\cancel{3p-1}} \cdot \frac{3 \cdot (\cancel{3p-1})}{1} = 3 \cdot (p+3) = 3p+9$$

$$\hookrightarrow \text{pod: } 3p-1 \neq 0 \quad /: +1 \\ 3p-1 \quad /: 3 \\ p \neq \frac{1}{3}$$

$$5) \quad \frac{a^2-b^2}{a-b} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{(\cancel{a-b})(a+b)}{\cancel{a-b}} \cdot \frac{ab}{\cancel{a+b}} = ab$$

$$\hookrightarrow \text{pod: } a+b \\ a \neq -b$$

$$6) \quad \frac{a-4b}{\cancel{3} \cdot \cancel{ab^2}} \cdot \frac{\cancel{3} \cdot ab^2}{3a-12b} = \frac{\cancel{a-4b}}{3} \cdot \frac{1}{3 \cdot (\cancel{a-4b})} = \frac{1}{9}$$

$$\hookrightarrow a \neq 0 \quad 3a-12b \neq 0 \quad /: 3 \\ b \neq 0 \quad a-4b \neq 0 \quad /: +4b \\ a \neq 4b$$

$$7) \quad \frac{a^2-4}{1-a} \cdot \frac{2b}{a-2} \cdot \frac{1-a^2}{ab+2b} = \frac{(\cancel{a-2})(\cancel{a+2})}{\cancel{1-a}} \cdot \frac{2b}{\cancel{a-2}} \cdot \frac{(1-a)(1+a)}{b \cdot (\cancel{a+2})} = 2 \cdot (1+a) = 2+2a$$

$$\hookrightarrow \text{pod: } a+1 \quad b \neq 0 \\ a+2 \quad a \neq -2$$

$$8) \quad \left(\frac{1x}{xy} \cdot \frac{1x}{y}\right) \cdot x^2 y = \left(\frac{y-x}{xy}\right) \cdot \frac{x^2 y}{1} = x \cdot (y-x)$$

$$\hookrightarrow \text{pod: } x \neq 0 \\ y \neq 0$$

$$\text{D. zp.} \quad \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot x^2 y = \cancel{x^2} y \cdot \frac{1}{\cancel{x}} - \cancel{x^2} y \cdot \frac{1}{\cancel{y}} = xy - x^2$$

$$x \cdot (y-x) = xy - x^2$$

Lomené výrazy 21 – dělení lomených výrazů
Vyděl a zjednoduš lomené výrazy

$$1) \quad \frac{2}{9} : \frac{4}{3} = \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$2) \quad \frac{x}{2} : \frac{x}{8} = \frac{x}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{8}^4}{x} = 4$$

Pod: $x \neq 0$

$$3) \quad \frac{a}{2} : \frac{a}{3} = \frac{\cancel{a}}{2} \cdot \frac{3}{\cancel{a}} = \frac{3}{2}$$

Pod: $a \neq 0$

$$4) \quad \frac{b}{2} : \frac{4}{b} = \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{4} = \frac{b^2}{8}$$

↳ pod: $b \neq 0$

$$5) \quad \frac{5}{c} : \frac{4}{c} = \frac{\cancel{c}}{5} \cdot \frac{\cancel{c}}{4} = \frac{5}{4}$$

Pod: $c \neq 0$

$$6) \quad \frac{a^2}{2} : \frac{a}{4} = \frac{\cancel{a}^2}{2} \cdot \frac{4}{\cancel{a}^1} = 2a$$

↳ pod: $a \neq 0$

$$7) \quad \frac{a}{4} : \frac{a^2}{2} = \frac{\cancel{a}}{4} \cdot \frac{2}{\cancel{a}^2} = \frac{1}{2a}$$

Pod: $a \neq 0$

$$8) \quad \frac{a+b}{c-d} : \frac{a+b}{c-d} = \frac{\cancel{a+b}}{c-d} \cdot \frac{c-d}{\cancel{a+b}} = 1$$

Pod: $c \neq d$
 $a \neq -b$

$$9) \quad \frac{2b^2c}{a} : \frac{4bc}{a^2} = \frac{\cancel{2}^1 \cancel{b}^2 \cancel{c}}{a} \cdot \frac{\cancel{a}^2}{\cancel{4}^2 \cancel{b} \cancel{c}} = \frac{ab}{2}$$

Pod: $a \neq 0$
 $b \neq 0$
 $c \neq 0$

$$10) \quad 12x^2 : \frac{3x}{5y^2} = \frac{12x^2}{1} \cdot \frac{5y^2}{\cancel{3x}} = 20xy^2$$

↳ pod: $y \neq 0$
 $x \neq 0$

$$11) \quad \frac{x^2y}{3(x+1)} : \frac{xy^2}{2(x+1)} = \frac{\cancel{x}^2 \cancel{y}}{3 \cdot \cancel{(x+1)}} \cdot \frac{2 \cdot \cancel{(x+1)}}{\cancel{xy}^2} = \frac{2x}{3y}$$

Pod: $x \neq -1$
 $x \neq 0$
 $y \neq 0$

Lomené výrazy 22 – dělení lomených výrazů

Vyděl a zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{3a-3b}{a^2-b^2} : \frac{a-b}{a+b} = \frac{3 \cdot \cancel{(a-b)}}{\cancel{(a-b)}(a+b)} \cdot \frac{\cancel{a+b}}{a-b} = \frac{3}{a-b}$$

Pod: $a \neq \pm b$

$$2) \frac{4-x^2}{2x+4} : \frac{2-x}{4} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{(x+2)}}{2 \cdot \cancel{(x+2)}} \cdot \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{2-x}} = 2$$

↳ Pod: $x \neq \pm 2$

$$3) \frac{x^4-x^3}{5x^4} : \frac{x^2-x}{10x} = \frac{\cancel{x}^4 \cdot \cancel{(x-1)}}{\cancel{5} \cdot x} \cdot \frac{\cancel{10}^2 \cdot \cancel{x}}{\cancel{x} \cdot \cancel{(x-1)}} = \frac{2}{x}$$

↳ $x \neq 0$
 $x \neq 1$

$$4) \frac{x-1}{x+3} : \frac{(x-1)^2}{x^2-9} = \frac{x-1}{x+3} \cdot \frac{\cancel{(x-1)}^2}{\cancel{(x+3)}(x-3)} = \frac{\cancel{x-1}}{\cancel{x+3}} \cdot \frac{\cancel{(x+3)}(x-3)}{\cancel{(x-1)}(x-1)} = \frac{x-3}{x-1}$$

↳ Pod: $x \neq \pm 3$
 $x \neq 1$

$$5) (x-y) : \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2} = \frac{\cancel{x-y}}{1} \cdot \frac{\cancel{(x+y)} \cdot \cancel{(x-y)}}{\cancel{(x-y)}(x+y)} = x+y$$

↳ Pod: $x+y \neq 0$
 $x \neq -y$
 $x+y$

$$6) \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} : (x+y)^2 = \frac{\cancel{(x-y)} \cdot \cancel{(x+y)}}{\cancel{(x-y)}(x-y)} \cdot \frac{1}{\cancel{(x+y)}(x+y)} = \frac{1}{(x-y)(x+y)}$$

↳ $x-y \neq 0$ $x+y \neq 0$
 $x+y$ $x \neq -y$

$$7) \frac{2x-4}{x^2-4} : \frac{1}{x-2} = \frac{2 \cdot \cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+2)} \cdot \frac{x-2}{1} = \frac{2 \cdot (x-2)}{x+2}$$

↳ Pod: $x \neq \pm 2$

$$8) \frac{2a-4}{a^2-4} : \frac{1}{a-2} = \frac{2 \cdot \cancel{(a-2)}}{\cancel{(a-2)}(a+2)} \cdot \frac{a-2}{1} = \frac{2 \cdot (a-2)}{a+2}$$

↳ Pod: $a \neq 2$
 $a \neq -2$

Lomené výrazy 23 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{8ac - 4bc}{4c} = \frac{4c \cdot (2a - b)}{4c} = 2a - b$$

\hookrightarrow pod: $c \neq 0$

$$2) \frac{\frac{2(x-2)}{4(2-x)}}{2(2-x)} = \frac{x-2}{2(2-x)} = \frac{-(-x+2)}{2 \cdot (2-x)} = \frac{-\cancel{(2-x)}}{2 \cdot \cancel{(2-x)}} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

\hookrightarrow pod: $x \neq 2$

$$3) \frac{5c+10}{2c^2-8} = \frac{5 \cdot (c+2)}{2 \cdot (c^2-4)} = \frac{5 \cdot \cancel{(c+2)}}{2 \cdot \cancel{(c+2)}(c-2)} = \frac{5}{2 \cdot (c-2)}$$

Pod: $c \neq \pm 2$

$$4) \frac{2x^2 - 3y^2 - z^2}{xy} - \frac{x^2 - 4y^2 + z^2}{xy} = \frac{2x^2 - 3y^2 - z^2 - x^2 + 4y^2 - z^2}{xy} = \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{xy}$$

\hookrightarrow pod: $x \neq 0$
 $y \neq 0$

$$5) \frac{5p+6}{3p-9} - \frac{p+4}{p-3} = \frac{5p+6}{3 \cdot (p-3)} - \frac{(p+4) \cdot 3}{(p-3) \cdot 3} = \frac{5p+6}{3 \cdot (p-3)} - \frac{3p+12}{3 \cdot (p-3)} = \frac{2p-6}{3 \cdot (p-3)} = \frac{2 \cdot \cancel{(p-3)}}{3 \cdot \cancel{(p-3)}} = \frac{2}{3}$$

Pod: $p \neq 3$

$$6) \frac{b}{ac} - \frac{b-a}{c^2} = \frac{b \cdot c}{ac \cdot c} - \frac{(b-a) \cdot a}{c^2 \cdot a} = \frac{bc}{ac^2} - \frac{ab - a^2}{ac^2} = \frac{bc - ab + a^2}{ac^2}$$

\hookrightarrow a $\neq 0$
c $\neq 0$

$$7) \frac{3}{p-r} - \frac{3}{p+r} = \frac{3(p+r)}{(p-r)(p+r)} - \frac{3(p-r)}{(p+r)(p-r)} = \frac{3p+3r}{(p-r)(p+r)} - \frac{3p-3r}{(p-r)(p+r)} = \frac{6r}{(p-r)(p+r)}$$

\hookrightarrow pod: $p \neq r$
 $p \neq -r$

Lomené výrazy 24 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) (x+1)^2 \cdot \frac{6x}{x^2-1} = \frac{\cancel{(x+1)}^2 \cdot 6x}{\cancel{(x+1)} \cdot \cancel{(x-1)} \cdot (x+1)} = \frac{6x \cdot (x+1)}{x-1}$$

\hookrightarrow pod: $x \neq \pm 1$

$$2) \frac{a-b}{3b} \cdot \frac{3a}{2a-2b} = \frac{\cancel{a-b} \cdot \cancel{3}a}{\cancel{3}b \cdot 2 \cdot \cancel{(a-b)}} = \frac{a}{2b}$$

pod: $b \neq 0$
 $a \neq b$

$$3) \frac{r^2-9}{r+1} \cdot \frac{r^2-1}{r-3} = \frac{\cancel{(r-3)} \cdot \cancel{(r+3)} \cdot (r+3)}{\cancel{r+1} \cdot \cancel{(r-1)} \cdot (r+1)} = (r+3) \cdot (r-1)$$

\hookrightarrow pod: $r \neq -1$
 $r \neq 3$

$$4) \frac{a^2-b^2}{a-b} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{\cancel{(a-b)} \cdot \cancel{(a+b)} \cdot ab}{\cancel{a-b} \cdot \cancel{a+b}} = ab$$

\hookrightarrow pod: $a \neq b$
 $a \neq -b$

$$5) \frac{9ab}{4xy} \cdot \frac{3a^2}{10xy^2} = \frac{\cancel{3}^3 \cdot \cancel{4}^2 ab \cdot \cancel{10}^5 \cdot \cancel{xy}^2 \cdot a^2}{\cancel{4}^2 \cdot \cancel{xy}^2 \cdot \cancel{10}^2 \cdot xy^2} = \frac{15ba}{2a}$$

pod: $x \neq 0$
 $y \neq 0$
 $a \neq 0$

$$6) \frac{xy-2y}{xy+2y} = \frac{\cancel{y} \cdot (x-2)}{\cancel{y} \cdot (x+2)} = \frac{x-2}{x+2}$$

\hookrightarrow pod: $y \neq 0$
 $x \neq -2$

$$7) \frac{2x+2y}{3y-6} \cdot \frac{x+y}{y-2} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{(x+y)} \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{2}}{\cancel{3} \cdot \cancel{(y-2)} \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{2}} = \frac{2}{3}$$

\hookrightarrow pod: $y \neq 2$
 $x \neq -y$

$$8) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot \frac{x+y}{1} = \left(\frac{\cancel{y} \cdot \cancel{x}}{\cancel{xy}} + \frac{\cancel{x}}{\cancel{yx}}\right) \cdot \frac{1}{x+y} = \frac{\cancel{x+y}}{\cancel{xy}} \cdot \frac{1}{\cancel{x+y}} = \frac{1}{xy}$$

\hookrightarrow $x \neq 0$ $x+y \neq 0$ $1-y$
 $y \neq 0$ $x \neq -y$

Lomené výrazy 25 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \left(1 + \frac{1}{y}\right) - \frac{(x+y)}{x} = \frac{xy}{xy} + \frac{x}{xy} - \frac{(x+y) \cdot y}{x \cdot y} = \frac{-xy - y^2}{xy} = \frac{xy + x - xy - y^2}{xy} = \frac{x - y^2}{xy}$$

\hookrightarrow pod: $x \neq 0$
 $y \neq 0$

$$2) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot (x+y) - \frac{x}{y} = \left(\frac{y}{xy} + \frac{x}{xy}\right) \cdot (x+y) - \frac{x}{y} = \frac{(x+y)}{xy} \cdot (x+y) - \frac{x}{y} = \frac{(x+y)(x+y)}{xy} - \frac{x \cdot x}{y \cdot x} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 - x^2}{xy} = \frac{2xy + y^2}{xy} = \frac{y \cdot (2x+y)}{xy} = \frac{2x+y}{x}$$

\hookrightarrow pod: $x \neq 0$
 $y \neq 0$

$$3) \left(\frac{x+1}{1} - \frac{1}{1-x}\right) : \left(\frac{x}{1} - \frac{x^2}{x-1}\right) = \left(\frac{(x+1)(1-x)}{(1-x)} - \frac{1}{1-x}\right) : \left(\frac{x \cdot (x-1)}{x-1} - \frac{x^2}{x-1}\right) = \frac{1-x^2-1}{1-x} : \frac{x^2-x-x^2}{x-1} = \frac{-x^2}{1-x} : \frac{-x}{x-1} = \frac{-x^2}{1-x} \cdot \frac{x-1}{-x} = \frac{x^2}{1-x} \cdot \frac{-(1-x)}{-x} = -x$$

FORMULA
 $(1+x)(1-x) = 1-x^2$
NEBO ROZKROUŽTE

\hookrightarrow pod: $x \neq 1$
 $x \neq 0$

$$4) \left(\frac{y-1}{y+1} - \frac{1}{y-1}\right) : \frac{y}{y-3} = \left(\frac{(y-1)(y-1)}{(y+1)(y-1)} - \frac{1 \cdot (y+1)}{(y-1)(y+1)}\right) \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y^2-2y+1-y-1}{(y+1)(y-1)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y^2-3y}{(y+1)(y-1)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y \cdot (y-3)}{(y+1)(y-1)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{(y-3)^2}{(y+1)(y-1)}$$

\hookrightarrow pod: $y \neq \pm 1$
 $y \neq 3$
 $y \neq 0$

$$5) \left(\frac{x+2}{x} - \frac{x}{x+2}\right) : (x+1) = \left(\frac{(x+2) \cdot (x+2)}{x \cdot (x+2)} - \frac{x \cdot x}{(x+2) \cdot x}\right) : \frac{(x+1)}{1} = \left(\frac{x^2+4x+4-x^2}{x \cdot (x+2)}\right) : \frac{(x+1)}{1} = \frac{4x+4}{x \cdot (x+2)} \cdot \frac{1}{(x+1)} = \frac{4 \cdot (x+1)}{x \cdot (x+2)} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{4}{x \cdot (x+2)}$$

\hookrightarrow pod: $x+1 \neq 0$
 $x \neq -1$
 $x \neq 0$
 $x \neq -2$

$$6) \frac{3x-25}{x^2-25} + \frac{2}{x-5} - \frac{4}{x+5} = \frac{3x-25}{(x-5)(x+5)} + \frac{2(x+5)}{(x-5)(x+5)} - \frac{4(x-5)}{(x+5)(x-5)} = \frac{3x-25+2x+10-4x+20}{(x-5)(x+5)} = \frac{x+5}{(x-5)(x+5)} = \frac{1}{x-5}$$

pod: $x \neq \pm 5$

Lomené výrazy 26 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \left(\frac{1}{1-a} - 1 \right) : \left(\frac{2a^2}{1-a} - a \right) = \left(\frac{1}{1-a} - \frac{1-a}{1-a} \right) : \left(\frac{2a^2}{1-a} - \frac{a \cdot (1-a)}{1-a} \right) = \left(\frac{1-1+a}{1-a} \right) : \left(\frac{2a^2 - a + a^2}{1-a} \right) = \frac{a}{1-a} : \frac{3a^2 - a}{1-a}$$

$$= \frac{a}{1-a} \cdot \frac{1-a}{3a^2 - a} = \frac{\cancel{1-a}}{1-a} \cdot \frac{\cancel{1-a}}{a \cdot (3a-1)} = \frac{1}{3a-1}$$

Pod: $a \neq 1$ $3a-1 \neq 0$
 $a \neq 0$ $3a \neq 1$ $/:3$
 $a \neq \frac{1}{3}$

$$2) \left(\frac{x}{x-1} + 1 \right) : \left(\frac{3x^2}{x^2-1} + 1 \right) = \left(\frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x-1} \right) : \left(\frac{3x^2}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{x^2-1} \right) = \left(\frac{2x-1}{x-1} \right) : \left(\frac{4x^2-1}{x^2-1} \right)$$

$$= \frac{2x-1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{4x^2-1} = \frac{\cancel{2x-1}}{x-1} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{\cancel{(2x-1)}(2x+1)} = \frac{x+1}{2x+1}$$

Pod: $x+1$
 $x \neq -1$
 $2x-1 \neq 0$
 $2x+1$ $/:2$
 $x \neq -\frac{1}{2}$

$$3) \left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} \right) : \left(\frac{1}{x} - 1 \right) = \left(\frac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)} \right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{x} \right) = \left(\frac{x^2-2x+1-x^2-1}{(x+1)(x-1)} \right) : \left(\frac{1-x}{x} \right)$$

$$= \frac{-2x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x}{1-x} = \frac{-2x^2}{(x+1)(x-1)(x+1)}$$

Pod: $x \neq \pm 1$
 $x \neq 0$

$$4) \left(\frac{b}{a^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ba} \right) : \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2 \right) = \left(\frac{b \cdot b}{a \cdot (a+b) \cdot b} - \frac{2ab}{(a+b)ab} + \frac{a \cdot a}{ab \cdot (b+a)} \right) : \left(\frac{bb}{ab} + \frac{aa}{ba} - 2 \right)$$

$$= \left(\frac{b^2-2ab+a^2}{ab \cdot (a+b)} \right) : \left(\frac{b^2+a^2-2ab}{ab} \right) = \frac{(a-b)^2}{ab \cdot (a+b)} \cdot \frac{ab}{(a-b)^2} = \frac{1}{a+b}$$

Pod: $a \neq 0$ $a \neq -b$
 $b \neq 0$ $POKLÁME$
 $a-b \neq 0$
 $a+b$
 $\frac{2ab}{ab}$

$$1-3m = -(-1+3m) = -(3m-1)$$

$$5) \frac{2 \cdot (m^2+6m+9)}{9m^2-1} : \frac{m^2+3m}{m^2-3m^3} = \frac{2 \cdot (m+3)^2}{(3m-1)(3m+1)} : \frac{m \cdot (m+3)}{m^2 \cdot (1-3m)} = \frac{2 \cdot (m+3)^2}{(3m-1)(3m+1)} \cdot \frac{m^2 \cdot (1-3m)}{m \cdot (m+3)} = \frac{2 \cdot (m+3)}{(3m-1)(3m+1)} \cdot \frac{-m \cdot (3m-1)}{1}$$

$$= \frac{-2m \cdot (m+3)}{3m+1}$$

Pod: $3m-1 \neq 0$
 $3m+1$ $/:3$
 $m \neq \frac{1}{3}$ $m \neq -\frac{1}{3}$
 $m \neq 0$ $m \neq -3$

Lomené výrazy 27 - procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a uveď podmínky, kdy má výraz smysl.

$$1) \frac{(a-2) \cdot (6a+1)}{4} - \frac{9a^2+6a+1}{a+2} : \frac{6a+2}{a^2-4} = \frac{(a-2) \cdot (6a+1)}{4} - \frac{(3a+1)^2}{a+2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{2 \cdot (3a+1)} = \frac{(a-2) \cdot (6a+1)}{4} - \frac{(3a+1) \cdot (a-2) \cdot 2}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{6a^2+a-12a-2}{4} - \frac{6a^2-12a-2a+4}{4} = \frac{6a^2+a-12a-2-6a^2+12a-2a+4}{4} = \frac{-a+2}{4}$$

Pod:
 $a \neq \pm 2$
 $3a+1 \neq 0$
 $3a+1 \neq 0 \quad | :3$
 $a \neq -\frac{1}{3}$

$$2) \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2} \right) : \frac{2x-4}{x^2-4} = \left(\frac{x^2+2x}{(x-2)(x+2)} - \frac{x^2-2x}{(x+2)(x-2)} \right) \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{2 \cdot (x-2)} = \frac{x^2+2x-x^2+2x}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{2 \cdot (x-2)}$$

$$= \frac{4x}{2 \cdot (x-2)} = \frac{2x}{x-2}$$

Pod:
 $x \neq \pm 2$

$$3) \left(y - \frac{xy}{x+y} \right) : \left(\frac{xy}{x-y} + y \right) = \left(\frac{y(x+y) - xy}{x+y} \right) : \left(\frac{xy + y(x-y)}{x-y} \right) = \frac{y^2}{x+y} : \frac{y(2x-y)}{x-y}$$

$$= \frac{y^2}{x+y} \cdot \frac{x-y}{y(2x-y)} = \frac{y \cdot (x-y)}{(x+y)(2x-y)}$$

Pod:
 $x \neq \pm y$
 $y \neq 0$
 $2x-y \neq 0$
 $2x+y$

$$4) 1 + \frac{x}{1 - \frac{x}{x+2}} = 1 + \frac{x}{\frac{x+2}{x+2} - \frac{x}{x+2}} = 1 + \frac{x}{\frac{2}{x+2}} = 1 + x \cdot \frac{x+2}{2} = 1 + x \cdot \frac{x+2}{2} = 1 + \frac{x^2+2x}{2} = \frac{x^2+2x+2}{2}$$

Pod: $x \neq -2$

$$5) \frac{1}{a^2 + \frac{a}{1 + \frac{a}{1-a}}} = \frac{1}{a^2 + \frac{a}{\frac{1-a}{1-a} + \frac{a}{1-a}}} = \frac{1}{a^2 + \frac{a}{\frac{1}{1-a}}} = \frac{1}{a^2 + a \cdot \frac{1-a}{1}} = \frac{1}{a^2 + a - a^2} = \frac{1}{a}$$

Pod: $a \neq 1$
 $a \neq 0$

Lomené výrazy 28 – procvičování

Zjednoduš lomené výrazy a urči podmínky, kdy má výraz smysl.

1) Příjímáckí zkoušky Gymnázium Jevíčko 2001

$$\left(\frac{p-1}{p-2} - \frac{p}{p-1}\right) \cdot \left(p - \frac{p}{p+1}\right) \cdot (p^2 - 1) = \frac{(p-1)(p-1) - p(p-2)}{(p-2)(p-1)} \cdot \frac{(p \cdot (p+1) - p)}{p+1} \cdot (p^2 - 1) = \frac{p^2 - 2p + 1 - p^2 + 2p}{(p-2)(p-1)} \cdot \frac{p^2 + p - p}{p+1} \cdot (p^2 - 1)$$

$$= \frac{1}{(p-2)(p-1)} \cdot \frac{p^2}{p+1} \cdot \cancel{(p-1)(p+1)} = \frac{p^2}{p-2}$$

Pod: $p \neq 2$
 $p \neq 1$
 $p \neq -1$

2)

$$\frac{(a+3) \cdot 1}{(a+3)a+3} + \frac{a^2 - a - 12}{a^2 + 6a + 9} = \frac{a+3+a^2-a-12}{(a+3)^2} = \frac{a^2-9}{(a+3)^2} = \frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)^2} = \frac{a-3}{a+3}$$

Pod: $a \neq -3$

3) státní maturita 2024

$$\left(\frac{x+1}{2x-2} + \frac{9-3x}{2x^2-2} - \frac{x}{2x+2}\right) : \frac{3}{4x^2-4} = \frac{(x+1)(x+1) + 9-3x - x \cdot (x-1)}{2 \cdot (x+1)(x-1)} \cdot \frac{4 \cdot (x+1)(x-1)}{3} = \frac{10}{2 \cdot (x+1)(x-1)} \cdot \frac{4 \cdot (x+1)(x-1)}{3} = \frac{20}{3}$$

Pod: $x \neq \pm 1$

4)

$$\frac{1}{a-2b} = \frac{1}{-2b+a} = \frac{1}{-(2b-a)} = -\frac{1}{2b-a}$$

$$\left(\frac{1}{a-2b} - \frac{2b+a}{4b^2-a^2}\right) : \frac{6}{2b-a} = \left(\frac{1}{a-2b} - \frac{2b+a}{(2b-a)(2b+a)}\right) \cdot \frac{2b-a}{6} = \left(-\frac{1}{2b-a} - \frac{1}{2b-a}\right) \cdot \frac{2b-a}{6}$$

$$= \frac{-2}{2b-a} \cdot \frac{2b-a}{6} = -\frac{1}{3}$$

Pod: $a \neq 2b$
 $a \neq -2b$

5) státní maturita 2024

$$\left(\frac{6}{x^2-3x} - \frac{12}{x^2-9}\right) : \frac{3}{x^2+3x} = \frac{6 \cdot (x+3) - 12 \cdot x}{x \cdot (x-3)(x+3)} \cdot \frac{x \cdot (x+3)}{3} = \frac{-6x+18}{x \cdot (x-3)(x+3)} \cdot \frac{x \cdot (x+3)}{3}$$

$$= \frac{-6 \cdot (x-3)}{3 \cdot (x-3)} = -2$$

Pod: $x \neq 0$
 $x \neq \pm 3$

Lomené výrazy 29 – procvičování

1) státní maturita 2023

$$\left(\frac{\frac{x^2+10}{x}}{x} - 1 \right) : \frac{5}{x} = \left(\frac{x^2+10}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} \right) \cdot \frac{x}{5} = \left(\frac{x^2+10-x^2}{x^2} \right) \cdot \frac{x}{5} = \frac{10}{x^2} \cdot \frac{x}{5} = \frac{2}{x}$$

Pod: $x \neq 0$

$$\frac{x^2+10}{x} : x = \frac{x^2+10}{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{x^2+10}{x^2}$$

2) státní maturita 2025

$$(1-2a)^2 : \left(\frac{1+4a^2}{1+2a} - 2a \right) = (1-2a)^2 : \left(\frac{1+4a^2-2a(1+2a)}{1+2a} \right) = (1-2a)^2 : \frac{1+4a^2-2a-4a^2}{1+2a} = (1-2a)^2 : \frac{1-2a}{1+2a}$$

$$= \frac{(1-2a)^2}{1} \cdot \frac{1+2a}{1-2a} = (1-2a)(1+2a) = \underline{\underline{1-4a^2}}$$

Pod:

$$\begin{aligned} 1+2a &\neq 0 \\ 2a &\neq -1 \\ a &\neq -\frac{1}{2} \quad a \neq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

3) státní maturita 2025

$$\left(\frac{x+y}{2x-2y} - \frac{x-y}{2x+2y} \right) \cdot \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) = \left(\frac{(x+y)(x+y) - (x-y)(x-y)}{2(x-y)(x+y)} \right) \cdot \left(\frac{x-y}{xy} \right) = \frac{4xy}{2(x-y)(x+y)} \cdot \frac{x-y}{xy} = \frac{2}{x+y}$$

Pod:

$$\begin{aligned} x &\neq \pm y \\ x &\neq 0 \\ y &\neq 0 \end{aligned}$$

4)

$$\frac{x^3-4x^2-x+4}{x^2-1} = \frac{x^2(x-4)-(x-4)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-4)(x^2-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-4)(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = x-4$$

Pod: $x \neq \pm 1$

5) Přijímací zkoušky Gymnázium Praha 2001

$$2ab - a^2 - 2b + a = a \cdot (2b - a) - (2b - a) = (2b - a)(a - 1)$$

$$\frac{5}{a^2} - \frac{1 \cdot a}{a \cdot a} : \left[\frac{4}{3a} + \frac{1}{3 \cdot (a-2b)} \cdot \frac{2ab - a^2 - 2b + a}{a} \right] = \frac{5-a}{3a} ; \frac{5-a}{3a} = \frac{5-a}{3a} \cdot \frac{3a}{5-a} = \underline{\underline{1}}$$

Pod:

$$\frac{1}{3 \cdot (a-2b)} \cdot \frac{-(a-2b)(a-1)}{a} = \frac{1}{3 \cdot (a-2b)} \cdot \frac{-a+1}{a} = \frac{-a+1}{3a}$$

$$\left[\frac{4}{3a} + \frac{-a+1}{3a} \right] = \frac{5-a}{3a}$$

$$\frac{5-a}{a^2} : \frac{3}{a} = \frac{5-a}{a^2} \cdot \frac{a}{3} = \frac{5-a}{3a}$$

Pod:

$$\begin{aligned} a &\neq 0 \\ a &\neq 2b \\ a &\neq 5 \end{aligned}$$